

Fluctuational QED theory of radiative transfer in clouds

Michael Mishchenko

Eugen von Lommel (1837–99)

Photometrie der diffusen Zurückwerfung.

473

XI. *Die Photometrie der diffusen Zurückwerfung; von E. Lommel.*

(Aus den Sitzungsber. d. math. phys. Classe d. K. Acad. zu München,
mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

In einer früheren Abhandlung „über Fluorescenz“¹⁾ habe ich in einem: „Ueber die Grundsätze der Photometrie“, überschriebenen Abschnitt gezeigt, dass in der theoretischen Photometrie nicht, wie bis dahin üblich war, die Flächenelemente einer leuchtenden Oberfläche, sondern die Volumenelemente des leuchtenden Körpers als lichtstrahlend zu betrachten seien. Demgemäss wurden der theoretischen Behandlung photometrischer Probleme die folgenden drei Sätze zu Grunde gelegt:

I. Die von einem Volumenelement nach einem anderen strahlende Lichtmenge ist dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional.

II. Die von einem Volumenelement ausstrahlende und auf ein Flächenelement fallende Lichtmenge ist dem Cosinus des Incidenzwinkels proportional.

III. Das von einem Volumenelement ausstrahlende Licht wird auf seinem Wege innerhalb des strahlenden Körpers nach Maassgabe des Absorptionsgesetzes geschwächt.

1) Lommel, Wied. Ann. 10. p. 449 u. 631. 1880.



Sitzber. Acad. Wissensch. München
17, 95–124 (1887)

Orest Khvolson (1852–1934)

MÉLANGES PHYSIQUES ET CHIMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME XIII.

Grundzüge einer mathematischen Theorie der inneren Diffusion des Lichtes.
Von Dr. O. Chwolson. (Lu le 16 mai 1889)*).

Einleitung.

Unter innerer Diffusion des Lichtes verstehen wir die bekannte, in trüben Medien, z. B. im Milchglas, auftretende Erscheinung der Lichtzerstreuung. Zweck der vorliegenden Arbeit ist es zu einer mathematischen Behandlung dieser Erscheinung den Grund zu legen.

Ich will es sofort hervorheben, dass eine vollständige Lösung des Problems vorläufig nicht als möglich erscheint, da dasselbe zu einer Functionalgleichung führt, die ich hier angeben will. Es sei h die Dicke einer von zwei unendlichen parallelen Ebenen begrenzten Platte, a die Entfernung eines Punctes M von der Eintrittsebene des Lichtes, K ein Koefficient, der stets < 1 ist, α und p zwei Grössen, die ohne grossen Fehler auch als gleich angenommen werden können, s. (3) und (5); ferner sei

$$\omega(x) = - \int_x^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx = li(e^{-x}),$$

wo li den Integrallogarithmus

$$li(z) = \int_0^z \frac{dz}{lg z}$$

bezeichnet.



Bull. l'Acad. Impériale Sci. St. Pétersbourg **33**, 221–256 (1889)

Heuristic RT concepts having no place in physics

Matter interacts with radiant energy rather than with the electromagnetic field

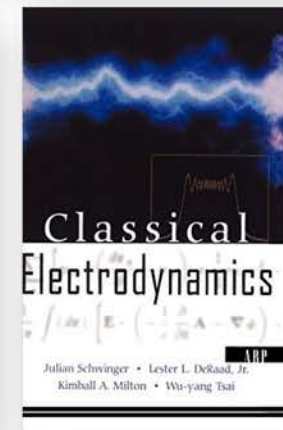
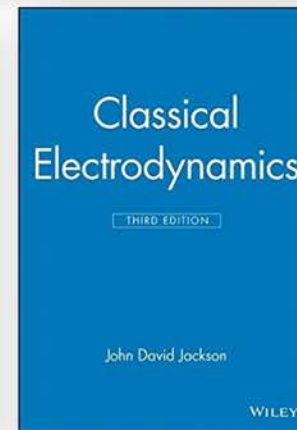
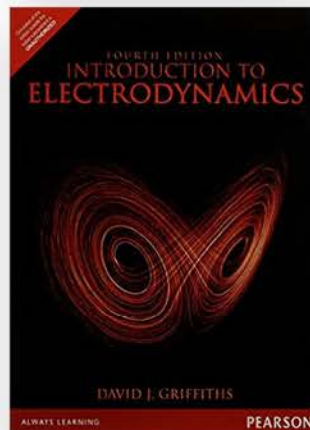
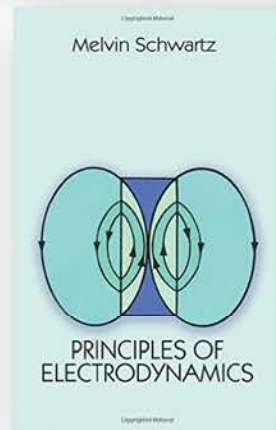
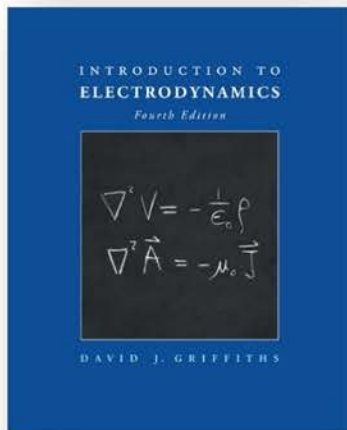
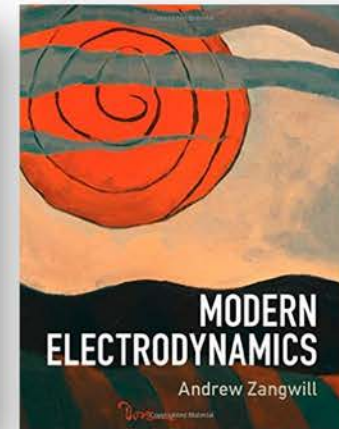
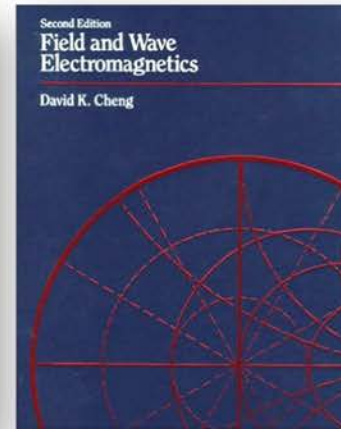
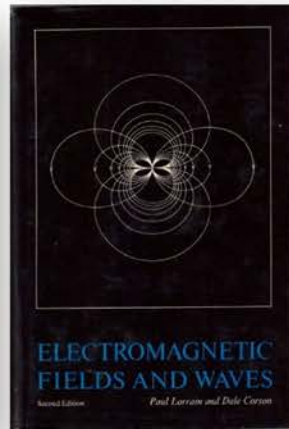
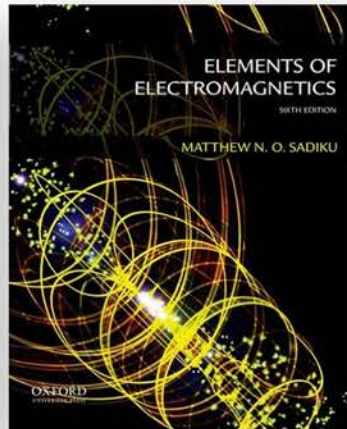
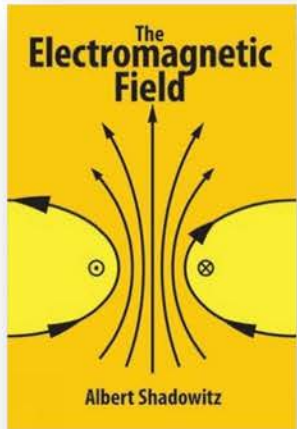
What propagates in space is electromagnetic energy rather than electromagnetic waves

Multidirectional propagation of electromagnetic energy occurs in the form of radiance

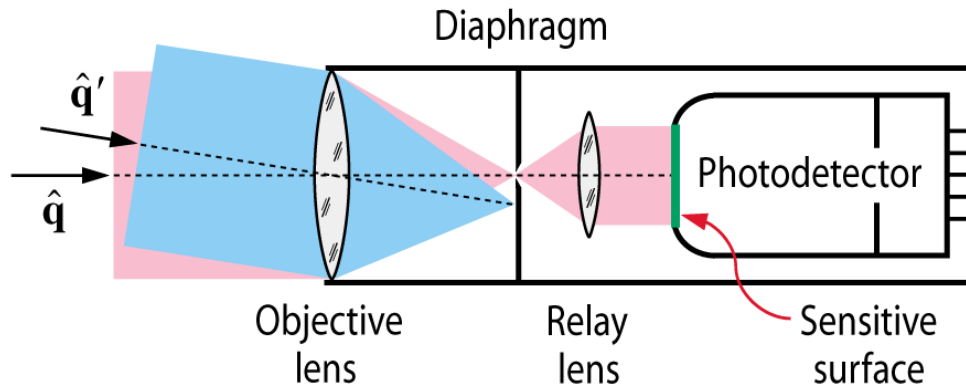
Radiation fluxes are multidirectional

Electromagnetic radiation consists of “incoherent pencils of rays” or streams of localized point-like particles of light called “photons”

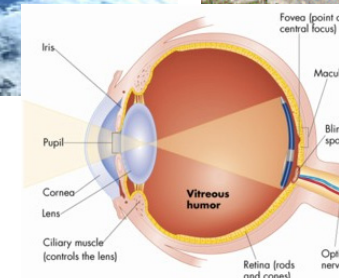
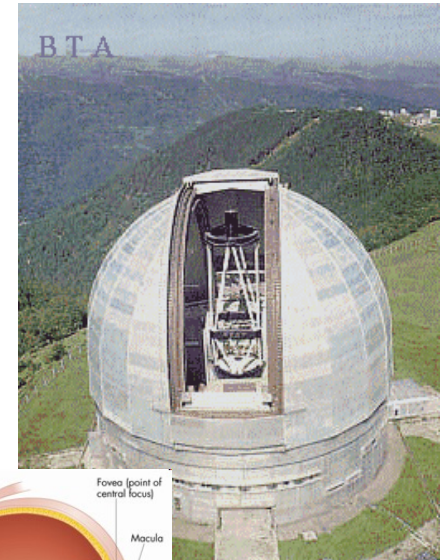
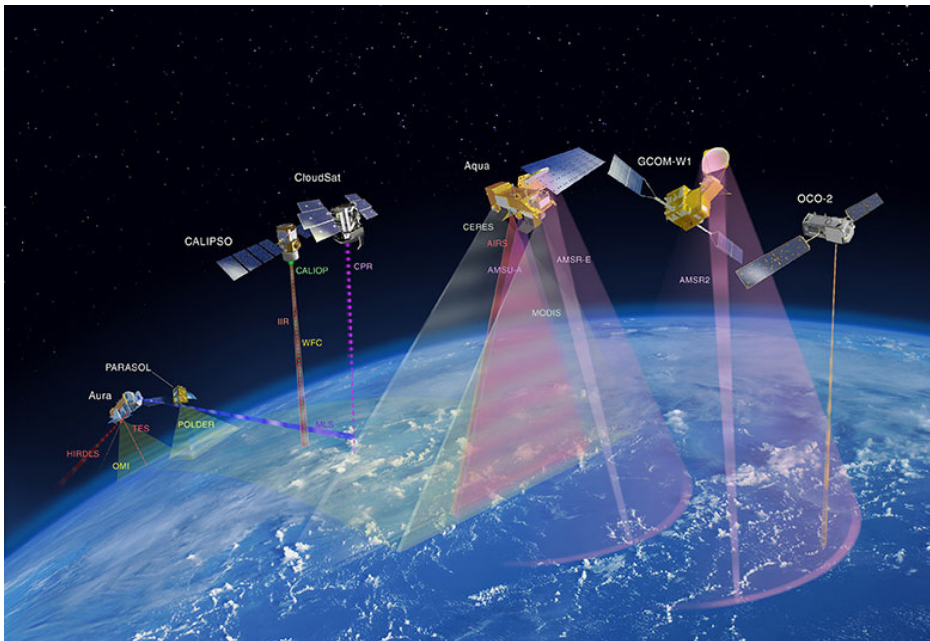
Fundamental physics



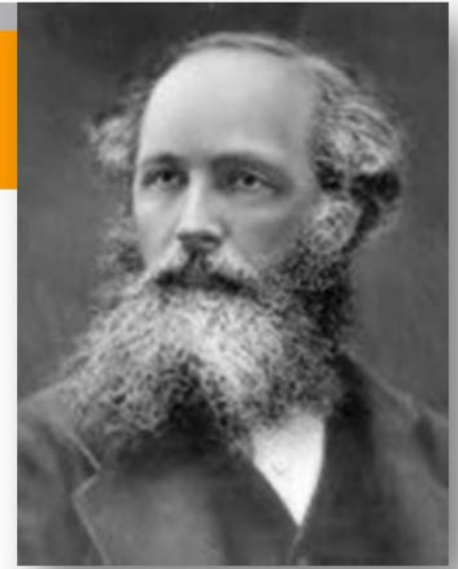
Well-collimated radiometers



A well-collimated radiometer is not an electromagnetic flux-meter. It operates in the wave domain rather than in the energy (or Poynting-vector) domain.



Maxwell equations



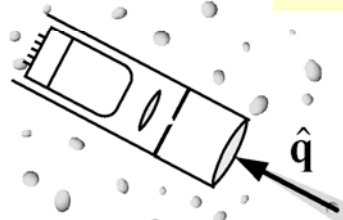
$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = i\omega\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = -i\omega\varepsilon(\mathbf{r}, \omega)\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$$

$$E = E^{\text{inc}} + \sum_{i=1}^N \hat{G}\hat{T}_i E^{\text{inc}} + \sum_{\substack{i=1 \\ j(\neq i)=1}}^N \hat{G}\hat{T}_i \hat{G}\hat{T}_j E^{\text{inc}} + \sum_{\substack{i=1 \\ j(\neq i)=1 \\ l(\neq j)=1}}^N \hat{G}\hat{T}_i \hat{G}\hat{T}_j \hat{G}\hat{T}_l E^{\text{inc}} + \dots$$

Reading of a well-collimated radiometer

$$\tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) S_0 \Delta\Omega$$



- Far-field approximation
- Ergodicity
- The Twersky approximation
- The ladder approximation
- Statistical randomness and uniformity of the cloud

$$\tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \tilde{I}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \\ \tilde{Q}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \\ \tilde{U}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \\ \tilde{V}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{q}} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) = -n_0 \langle \mathbf{K}(\hat{\mathbf{q}}) \rangle_{\xi} \tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) + n_0 \int_{4\pi} d\hat{\mathbf{q}}' \langle \mathbf{Z}(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{q}}') \rangle_{\xi} \tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}')$$

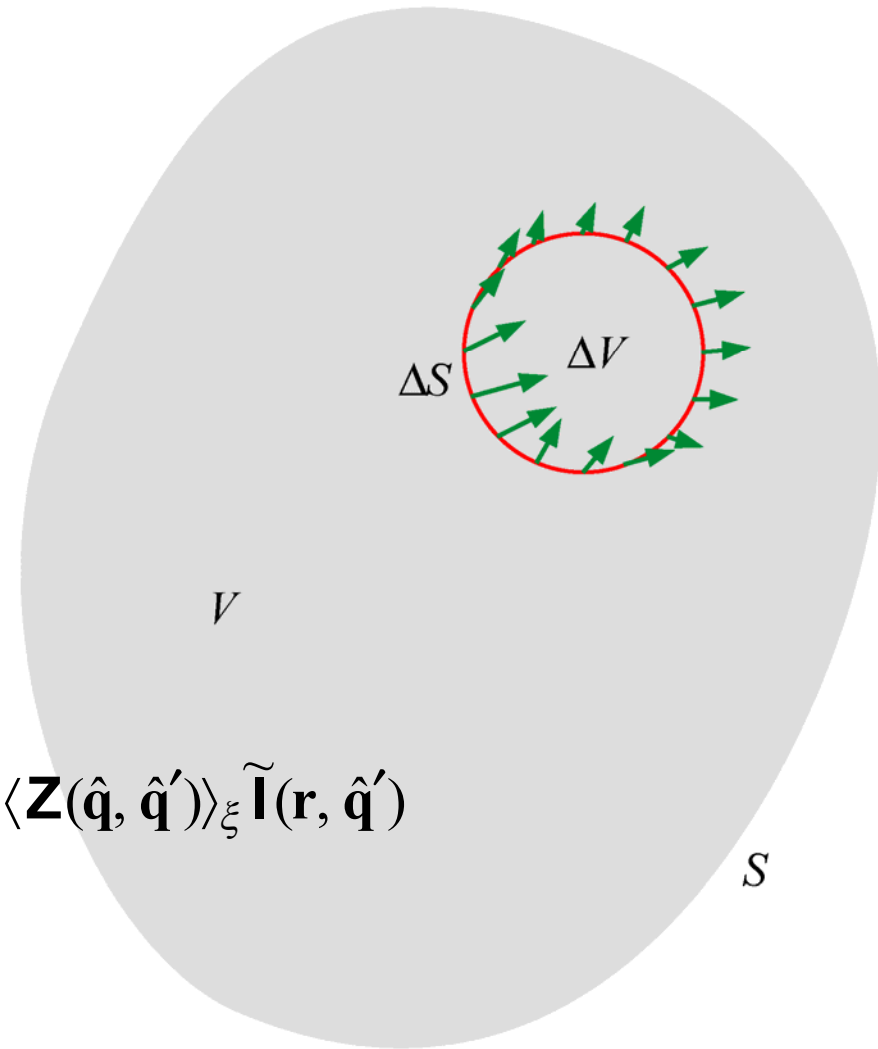
Radiation-budget problem

$$W_{\Delta S} = -\text{Re} \int_{\Delta S} dS \langle \mathbf{S}(\mathbf{r}) \rangle \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r})$$

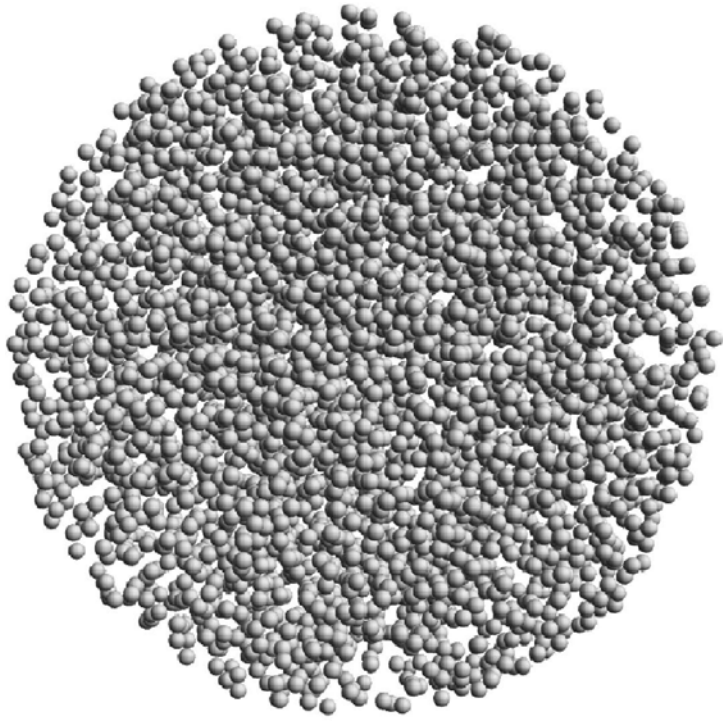
$$\langle \mathbf{S}(\mathbf{r}) \rangle = \int_{4\pi} d\hat{\mathbf{q}} \hat{\mathbf{q}} \tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}})$$

$$\tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \tilde{I}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \\ \tilde{Q}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \\ \tilde{U}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \\ \tilde{V}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \end{bmatrix}$$

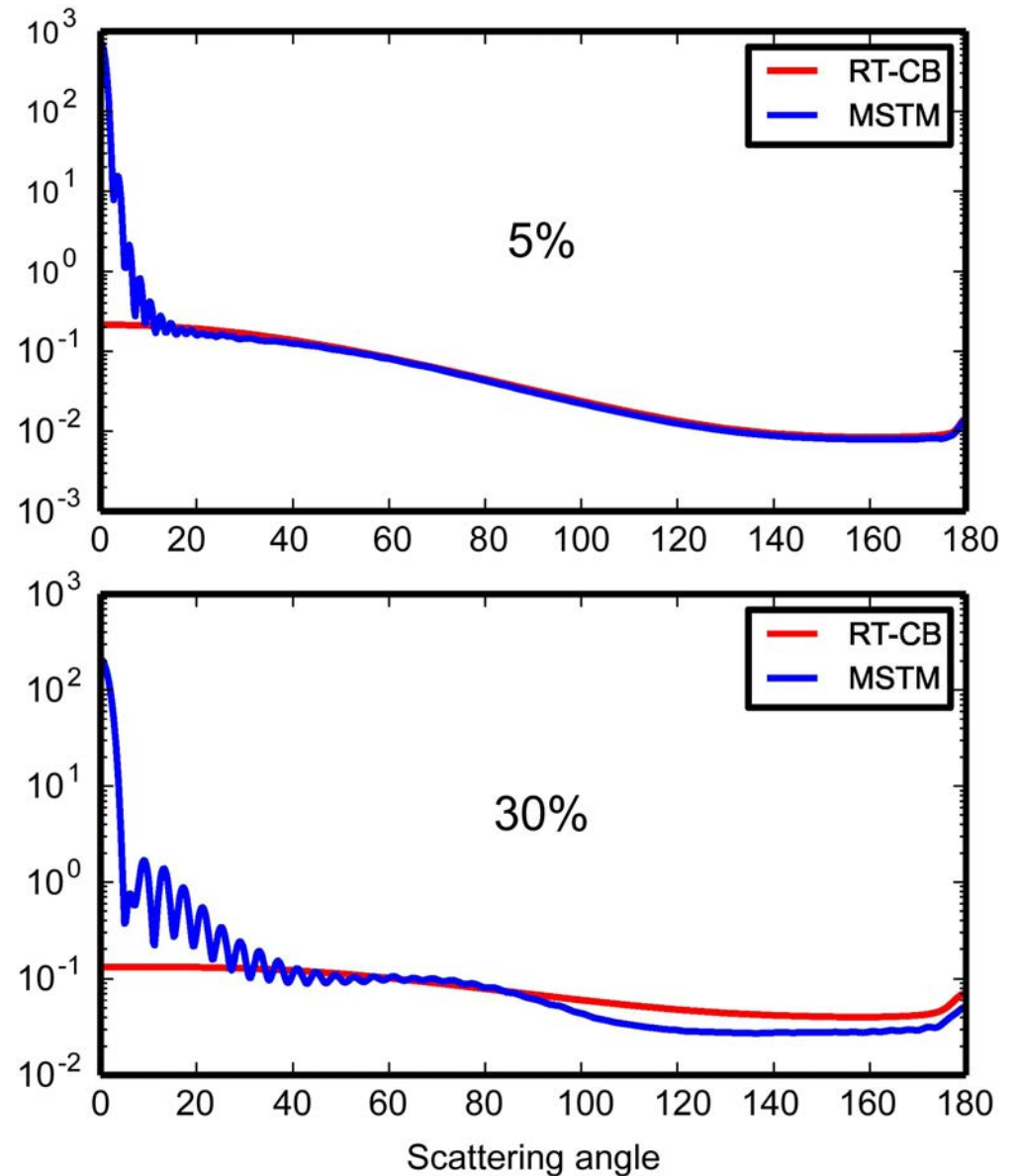
$$\hat{\mathbf{q}} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) = -n_0 \langle \mathbf{K}(\hat{\mathbf{q}}) \rangle_{\xi} \tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) + n_0 \int_{4\pi} d\hat{\mathbf{q}}' \langle \mathbf{Z}(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{q}}') \rangle_{\xi} \tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}')$$



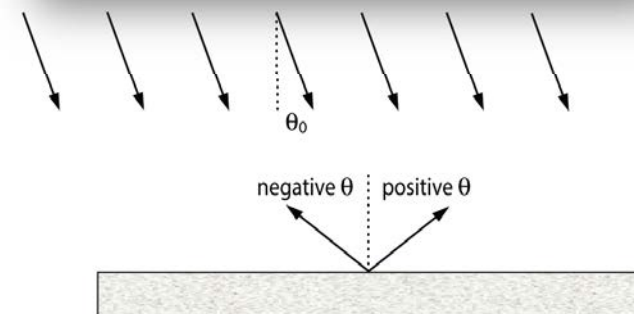
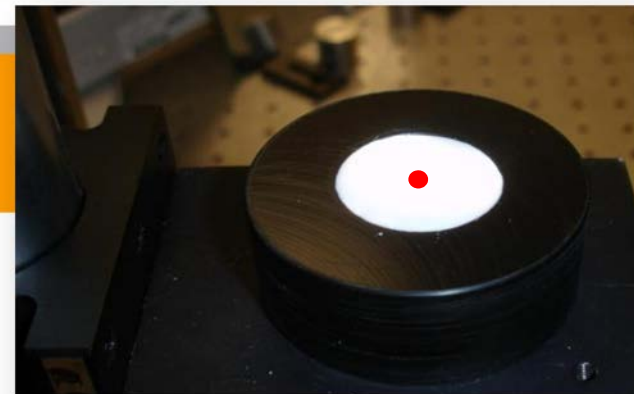
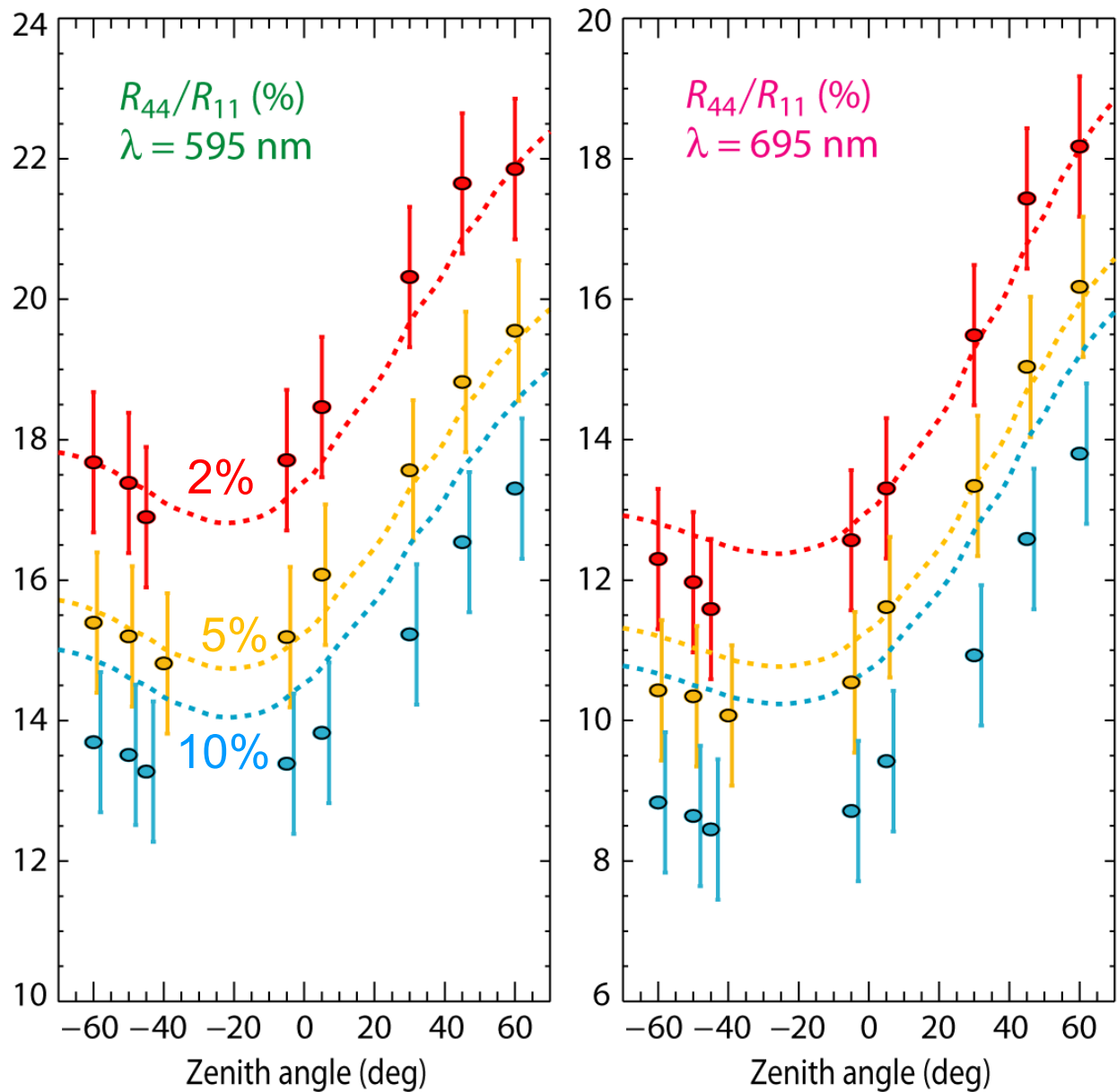
RT vs. T -matrix



$N = 4050$
 $kr = 2$
 $\underline{m} = 1.31$



RT vs. experiment



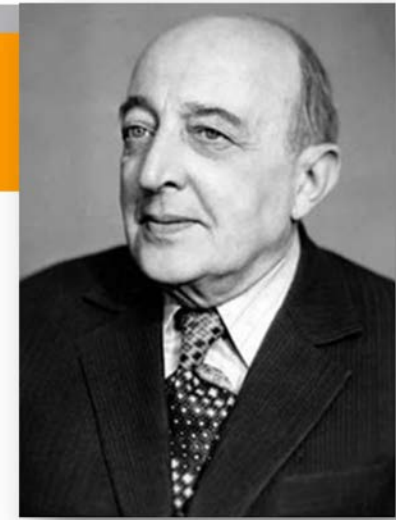
 Laboratory data
 RTE

$r_{\text{eff}} = 350 \pm 15$ nm
 $m = 1.196 \pm 0.04$

Real clouds



Sergei Rytov and FDT



$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = i\omega\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = -i\omega\epsilon(\mathbf{r}, \omega)\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + \mathbf{J}^f(\mathbf{r}, \omega)$$

$$\langle \mathbf{J}^f(\mathbf{r}, \omega) \otimes \mathbf{J}^f(\mathbf{r}', \omega') \rangle_\xi$$

$$= \frac{\omega}{\pi} \text{Im}[\epsilon_2(\mathbf{r}, \omega)] \Theta[\omega, T(\mathbf{r})] \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(\omega + \omega') \vec{I},$$

$$\Theta[\omega, T] = \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1}$$

Order-of-scattering expansion

$$E = E^{\text{exc}} + \sum_{i=1}^N \hat{G}\hat{T}_i E^{\text{exc}} + \sum_{\substack{i=1 \\ j(\neq i)=1}}^N \hat{G}\hat{T}_i \hat{G}\hat{T}_j E^{\text{exc}} \\ + \sum_{\substack{i=1 \\ j(\neq i)=1 \\ l(\neq j)=1}}^N \hat{G}\hat{T}_i \hat{G}\hat{T}_j \hat{G}\hat{T}_l E^{\text{exc}} + \dots$$

$$E^{\text{exc}} = E^{\text{inc}} + E^{\text{f}}$$

$$\mathbf{E}^{\text{f}}(\mathbf{r}, \omega) = i\omega\mu_0 \int_{V_{\text{INT}}} d^3\mathbf{r}' \vec{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \cdot \mathbf{J}^{\text{f}}(\mathbf{r}', \omega)$$

Separation of scattering and emission problems

$$E^{\text{es}} = E^{\text{inc}} + \sum_{i=1}^N \hat{G}\hat{T}_i E^{\text{inc}} + \sum_{\substack{i=1 \\ j(\neq i)=1}}^N \hat{G}\hat{T}_i \hat{G}\hat{T}_j E^{\text{inc}} + \sum_{\substack{i=1 \\ j(\neq i)=1 \\ l(\neq j)=1}}^N \hat{G}\hat{T}_i \hat{G}\hat{T}_j \hat{G}\hat{T}_l E^{\text{inc}} + \dots$$

$$E^{\text{te}} = E^{\text{f}} + \sum_{i=1}^N \hat{G}\hat{T}_i E^{\text{f}} + \sum_{\substack{i=1 \\ j(\neq i)=1}}^N \hat{G}\hat{T}_i \hat{G}\hat{T}_j E^{\text{f}} + \sum_{\substack{i=1 \\ j(\neq i)=1 \\ l(\neq j)=1}}^N \hat{G}\hat{T}_i \hat{G}\hat{T}_j \hat{G}\hat{T}_l E^{\text{f}} + \dots$$

Conclusions

- The RT theory has been derived directly from the Maxwell equations in the case of elastic scattering.
- Limited validation of the RT theory vs. the T -matrix method and controlled laboratory experiments is promising.
- However, no general validation has been performed, and it is unclear whether it is even possible.
- Quantum fluctuational electrodynamics provides a unified theoretical description of elastic scattering and thermal emission.
- The scattering and thermal-emission solutions are completely separated.
- The order-of-scattering expansion of the thermal-emission solution should pave the way to the fundamental derivation of the generalized RT theory.

Supplementary slides